Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV®.

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour en savoir plus sur nos formations disponibles, veuillez visiter :
formav.co/explorer

BTS SYSTÈMES PHOTONIQUES • CORRIGÉ DÉTAILLÉ

Mathématiques - Groupement B des BTS

Session 2022 • Code sujet : **22MATGRB1** • Durée : **2 heures** • Coefficient : **2, sauf pour la spécialité Traitement des matériaux : 3**

Sommaire

Cliquez sur une partie pour y accéder directement

1. **Freinage et vitesse d'un chariot de fête foraine** (12 questions) — **Page 3**
2. **Contrôle des tubes fluorescents et conformité des rivets** (9 questions) — **Page 7**
3. **Ce qu'il faut retenir & Questions fréquentes (FAQ)** (Synthèse & Q&A Examen) — **Page 10**

Sujet officiel (PDF) : https://btssp.fr/assets/annales/bts-sp/E2 - Mathématiques/2022/BTS SP - E2 - Mathématiques - Session 2022 - 1-Sujet.pdf

1. Freinage et vitesse d'un chariot de fête foraine

Un chariot se déplace initialement à 20 m·s⁻¹ sur un axe horizontal, puis un système de freinage le ralentit. L'exercice étudie sa vitesse à l'aide d'une équation différentielle, de fonctions exponentielles, d'une primitive, d'un développement limité et d'une tangente.

Partie A - Résolution d'une équation différentielle

Question 1. a. **Résoudre l'équation différentielle homogène y' + 0,8y = 0.**

La formule fournie donne les solutions de $y' + ay = 0$ sous la forme $y(t) = ke^{-at}$. Ici, $a = 0,8$ et k est une constante réelle.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $y(t) = ke^{-0,8t}$, avec $k \in \mathbb{R}$.

Question 1. b. **La fonction g est définie sur [0 ; +∞[par g(t) = 5. Vérifier que g est une solution de l'équation différentielle y' + 0,8y = 4.**

La fonction g est constante, donc $g'(t) = 0$.

$$g'(t) + 0,8g(t) = 0 + 0,8 \times 5 = 4$$

L'égalité est vérifiée pour tout $t \in [0; +\infty[$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $g(t) = 5$ est bien une solution de $y' + 0,8y = 4$.

Question 1. c. **Déduire des questions précédentes l'ensemble des solutions de l'équation différentielle y' + 0,8y = 4.**

La solution générale de l'équation avec second membre est la somme d'une solution particulière et de la solution générale de l'équation homogène.

On ajoute donc $g(t) = 5$ aux solutions trouvées en 1.a.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $y(t) = ke^{-0,8t} + 5$, avec $k \in \mathbb{R}$.

Question 2. **Déterminer la solution f de l'équation différentielle y' + 0,8y = 4 qui vérifie la condition initiale f(0) = 20.**

1. La solution générale est $f(t) = ke^{-0,8t} + 5$.

2. La condition initiale donne $f(0) = k + 5 = 20$, donc $k = 15$.
3. On remplace k dans l'expression générale.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> $f(t) = 15e^{-0,8t} + 5$.

Partie B - Étude de la fonction f

Question 1. a. Sachant que f(t) = 15e$^{-0,8t}$ + 5 pour tout t de [0 ; +∞[, démontrer que la limite de f(t) lorsque t tend vers +∞ est égale à 5.

Lorsque $t \to +\infty$, $-0,8t \to -\infty$, donc $e^{-0,8t} \to 0$. Dans $f(t) = 15e^{-0,8t} + 5$, le terme exponentiel tend ainsi vers zéro et le terme constant vaut 5.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> $\lim\limits_{t \to +\infty} f(t) = 5$.

Question 1. b. Déduire de la limite précédente que la courbe C admet une asymptote, puis en donner une équation.

La limite de $f(t)$ en $+\infty$ est finie. La courbe C admet donc une asymptote horizontale en $+\infty$.

Son équation est $y = 5$.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> Asymptote horizontale en $+\infty$: $y = 5$.

Question 2. En utilisant f'(t) = -12e$^{-0,8t}$, dresser le tableau de variation de f sur [0 ; +∞[.

Comme $e^{-0,8t} > 0$ pour tout $t \geq 0$, on a $f'(t) = -12e^{-0,8t} < 0$. La fonction est strictement décroissante, part de $f(0) = 20$ et tend vers 5.

t	**0**		$+\infty$
$f'(t)$		$-$	
$f(t)$	20	↘	5

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> f décroît de 20 vers 5 sur $[0; +\infty[$.

Question 3. **Déterminer si le système de freinage permet au chariot de s'arrêter.**

Pour tout instant fini, $e^{-0,8t} > 0$, donc $f(t) = 15e^{-0,8t} + 5 > 5$. La vitesse ne s'annule jamais et tend vers 5 m·s⁻¹.

- Le chariot ne s'arrête pas dans ce modèle.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Non : la vitesse tend vers 5 m·s⁻¹ sans s'annuler.

Question 4. a. **La fonction F est définie sur [0 ; +∞[par F(t) = -18,75e$^{-0,8t}$ + 5t. Vérifier que F est une primitive de f sur cet intervalle.**

On dérive chaque terme de F :

$$F'(t) = -18,75 \times (-0,8)e^{-0,8t} + 5 = 15e^{-0,8t} + 5 = f(t).$$

Ainsi, F est une primitive de f sur $[0; +\infty[$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $F'(t) = f(t)$, donc F est une primitive de f.

Question 4. b. **La distance parcourue entre les instants t_0 et t_1 est donnée par $d = \int_{t_0}^{t_1} f(t)dt$. Calculer la valeur exacte de la distance parcourue entre $t_0 = 0$ et $t_1 = 1$, puis donner une valeur arrondie au centimètre.**

La distance vaut $F(1) - F(0)$. En utilisant la primitive donnée :

$d = -18,75e^{-0,8} + 5 + 18,75 = 18,75(1 - e^{-0,8}) + 5$ m, soit environ $15,325082$ m.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $d = 18,75(1 - e^{-0,8}) + 5$ m, soit **15,33 m** au centimètre près.

Partie C - Étude locale

Question 1. **Parmi les propositions, choisir l'unique expression correcte du développement limité de f à l'ordre 2 au voisinage de zéro. Recopier la réponse choisie sans justification.**

La troisième proposition reprend le terme constant, le terme linéaire et le terme quadratique du développement, avec un reste de la forme $t^2\varepsilon(t)$ où $\varepsilon(t) \to 0$.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$f(t) = 20 - 12t + \frac{24}{5}t^2 + t^2\varepsilon(t)$, avec $\varepsilon(t) \to 0$ lorsque $t \to 0$.

Question 2. Donner une équation de la tangente à la courbe C au point d'abscisse 0.

La tangente en $t = 0$ a pour équation $y = f(0) + f'(0)t$. Or $f(0) = 20$ et $f'(0) = -12e^0 = -12$.

On substitue ces valeurs dans l'équation de la tangente.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$y = 20 - 12t$.

2. Contrôle des tubes fluorescents et conformité des rivets

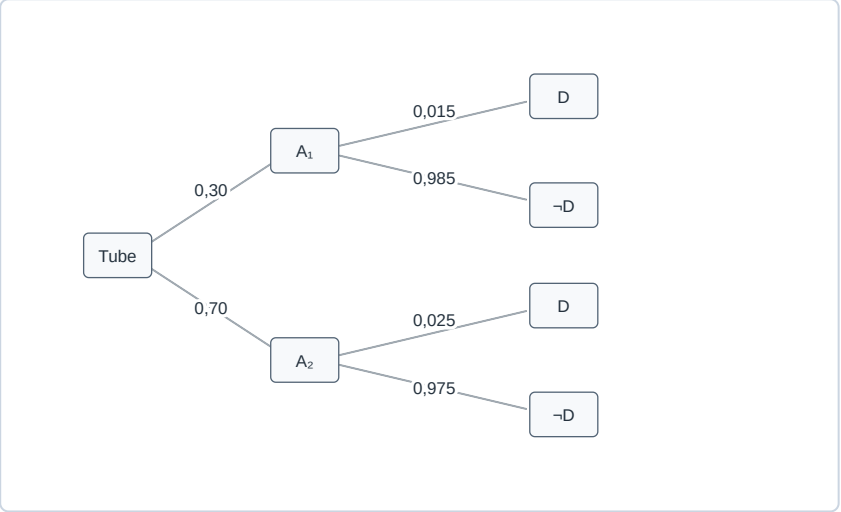
Une usine fabrique des tubes fluorescents dans deux ateliers et contrôle la présence de défauts. L'exercice traite les probabilités conditionnelles, la durée de bon fonctionnement modélisée par une loi exponentielle et l'estimation de la proportion de rivets conformes.

Partie A - Probabilités conditionnelles

Question 1. Réaliser un arbre pondéré décrivant la situation : l'atelier 1 produit 30 % des tubes, dont 1,5 % présentent un défaut, et l'atelier 2 produit 70 % des tubes, dont 2,5 % présentent un défaut.

Les branches « sans défaut » portent les probabilités complémentaires : pour l'atelier 1, $1 - 0,015 = 0,985$; pour l'atelier 2, $1 - 0,025 = 0,975$. Les probabilités des branches issues de la production totale sont $0,30$ et $0,70$.

Origine du tube et présence d'un défaut



Les probabilités des branches issues de chaque atelier sont conditionnelles.

✓ RÉPONSE À RETENIR

Arbre pondéré ci-dessous.

Question 2. Calculer la probabilité P(A₁ ∩ D), où A₁ désigne l'événement « le tube provient de l'atelier 1 » et D l'événement « le tube présente un défaut ».

La probabilité d'obtenir un tube de l'atelier 1 présentant un défaut est le produit de la probabilité de choisir cet atelier et de la probabilité conditionnelle d'un défaut : $P(A_1 \cap D) = P(A_1)P(D \mid A_1) = 0,30 \times 0,015 = 0,0045$.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$P(A_1 \cap D) = 0,0045$, soit $0,45\,\%$.

Question 3. **Montrer que la probabilité qu'un tube choisi au hasard présente un défaut est P(D) = 0,0195, valeur indiquée dans l'énoncé.**

La formule des probabilités totales donne $P(D) = P(A_1)P(D \mid A_1) + P(A_2)P(D \mid A_2)$. Ainsi, $P(D) = 0,30 \times 0,015 + 0,70 \times 0,025 = 0,022$. Cette valeur est celle de la correction manuscrite sur le sujet ; le $0,0195$ imprimé est incompatible avec les données.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $P(D) = 0,022$.

Question 4. **Sachant que le tube choisi ne présente pas de défaut, déterminer la probabilité qu'il provienne de l'atelier 2.**

1. La probabilité d'obtenir un tube de l'atelier 2 sans défaut est $0,70 \times 0,975 = 0,6825$.
2. La probabilité d'absence de défaut vaut $1 - 0,022 = 0,978$. Donc $P(A_2 \mid \overline{D}) = \frac{0,6825}{0,978}$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $P(A_2 \mid \overline{D}) \approx 0,698$, soit $69,8\,\%$.

Partie B - Durée de vie des tubes fluorescents

Question 1. **La durée T de bon fonctionnement d'un tube suit une loi exponentielle de paramètre λ = 0,0001. Déterminer son espérance E(T) et interpréter le résultat dans le contexte.**

Pour une loi exponentielle de paramètre $\lambda = 0,0001$, l'espérance est $E(T) = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{0,0001} = 10\,000$ heures. Elle représente la durée moyenne de bon fonctionnement des tubes.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $E(T) = 10\,000$ heures.

Question 2. **Calculer, en arrondissant à 10^{-2} près, la probabilité que la durée de bon fonctionnement d'un tube choisi au hasard soit inférieure à 8 000 heures.**

La formule du sujet donne $P(T \leq t) = 1 - e^{-\lambda t}$. Avec $\lambda = 0,0001$ et $t = 8\,000$, $P(T < 8\,000) = 1 - e^{-0,0001 \times 8\,000} \approx 0,5507$. Arrondie au centième, cette probabilité vaut $0,55$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $P(T < 8\,000) \approx 0,55$.

Question 3. Calculer, en arrondissant à 10^{-2} près, la probabilité que la durée de bon fonctionnement d'un tube choisi au hasard soit supérieure à 10 000 heures.

Le complément de la fonction de répartition donne $P(T > t) = e^{-\lambda t}$. Pour $t = 10\,000$ heures, $P(T > 10\,000) = e^{-0{,}0001 \times 10\,000} = e^{-1} \approx 0{,}3679$, soit $0{,}37$ au centième.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $P(T > 10\,000) \approx 0{,}37$.

Partie C - Intervalle de confiance

Question 1. Un échantillon de 1 000 rivets comprend 975 rivets conformes. Donner une estimation ponctuelle f de la proportion inconnue p de rivets conformes dans l'ensemble de la production.

Rivets conformes	Rivets prélevés	Fréquence observée
975	1 000	$f = 975/1\,000 = 0{,}975$

L'estimation ponctuelle de la proportion de rivets conformes est la fréquence observée dans l'échantillon.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $f = 0{,}975$, soit $97{,}5\,\%$.

Question 2. Déterminer un intervalle de confiance de niveau 95 % de la proportion p, centré sur la fréquence observée f, à l'aide de la formule fournie. Arrondir les bornes à 10^{-3} près.

La formule fournie donne une marge $1{,}96\sqrt{\frac{f(1-f)}{n}} = 1{,}96\sqrt{\frac{0{,}975 \times 0{,}025}{1\,000}} \approx 0{,}009677$. L'intervalle centré sur f est donc $[f - 0{,}009677\ ;\ f + 0{,}009677]$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Intervalle de confiance à 95 % : $[0{,}965\ ;\ 0{,}985]$.

Ce qu'il faut retenir de ce sujet (Session 2022)

Bilan de l'épreuve : Cette épreuve de mathématiques du BTS Groupement B, session 2022, porte le code 22MATGRB1 et dure deux heures. Son coefficient est 2, sauf en Traitement des matériaux où il est 3. Elle porte sur le freinage d'un chariot et le contrôle de tubes fluorescents, et évalue équations différentielles, fonctions, intégration, probabilités, loi exponentielle et intervalle de confiance.

Notions-clés, formules & règles à maîtriser

- Les solutions de $y' + ay = 0$ sont $y(t) = ke^{-at}$; une solution particulière s'ajoute pour résoudre l'équation différentielle complète.
- Si $f(t)$ tend vers L quand t tend vers $+\infty$, la courbe représentative admet l'asymptote horizontale d'équation $y = L$.
- Pour une loi exponentielle de paramètre λ, $E(T) = 1/\lambda$, $P(T \leq t) = 1 - e^{-\lambda t}$ et $P(T > t) = e^{-\lambda t}$.
- L'intervalle de confiance à 95 % indiqué est $f \pm 1{,}96\sqrt{f(1-f)/n}$, où f est la fréquence observée et n la taille de l'échantillon.

Points de vigilance & attentes du jury

- Vérifier les unités du contexte : vitesse en $m \cdot s^{-1}$, durée en secondes et distance en mètres.
- Pour une distance, calculer $F(t_1) - F(t_0)$ à partir de la primitive, puis respecter l'arrondi au centimètre.
- Dans un arbre pondéré, placer les probabilités conditionnelles sur les branches et multiplier le long d'un chemin.
- Contrôler la cohérence des données numériques et respecter les arrondis demandés : 10^{-2} pour les probabilités et 10^{-3} pour l'intervalle.

Questions fréquentes sur cette épreuve (Q&A Examen)

Q : Comment calculer la distance parcourue à partir de la fonction vitesse ?

La distance parcourue entre deux instants est l'intégrale de la vitesse sur cet intervalle. Avec la primitive F fournie, on calcule $F(t_1) - F(t_0)$, puis on exprime la distance en mètres et on l'arrondit au centimètre.

Q : Comment calculer une probabilité conditionnelle dans l'exercice sur les ateliers ?

On représente d'abord les ateliers et les défauts dans un arbre pondéré. La probabilité d'un chemin est le produit des probabilités de ses branches. Pour une probabilité conditionnelle, on divise la probabilité de l'intersection par celle de l'événement conditionnant.

Q : Comment organiser les deux heures de l'épreuve ?

Le sujet comporte deux exercices de dix points, chacun divisé en parties indépendantes. Répartissez le temps entre les exercices, avancez sur les questions maîtrisées et gardez quelques minutes pour contrôler les calculs, les unités et les arrondis.

Q : Quelles consignes de réponse et d'arrondi faut-il respecter ?

À la question à choix multiples de l'exercice 1, une seule réponse est exacte et aucune justification n'est demandée. La distance s'arrondit au centimètre, les probabilités de la partie B à 10^{-2} près et les bornes de l'intervalle à 10^{-3} près.

Sujet officiel associé (PDF) : https://btssp.fr/assets/annales/bts-sp/E2 - Mathématiques/2022/BTS SP - E2 - Mathématiques - Session 2022 - 1-Sujet.pdf

Ressources BTS Systèmes Photoniques : Toutes les annales & corrigés • Fiches de révision complètes • Simulateur de notes d'examen

Copyright © 2027 FormaV®. Tous droits réservés.

FormaV® est une marque déposée auprès de l'INPI sous le numéro 5227897.

Ce document a été élaboré par FormaV® avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV®, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV® se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.